RÉPUBLIQUE GABONAISE
DIRECTION DU BACCALAURÉAT

2014-MATHÉMATIQUES
Série : B
Durée : 3 heures
Coef. : 3

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1 : Questions à choix multiples (5 points)

Pour chaque question posée, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte. Donner la bonne réponse.

N°	Enoncés des questions	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3
1	Soit g la fonction définie par l'expression : $g(x) = \ln(2x-1) - \ln(x+1)$. L'équation $g(x) = 0$ a pour solution :	$x = 0{,}5$	$x = 2$	$x = 1$
2	Soit k la fonction définie par l'expression : $k(x) = e^x - 2$. La fonction k est strictement positive sur :	$]0; +\infty[$	$]\ln 2; +\infty[$	$]-2; +\infty[$
3	Soit f une fonction continue sur $[a; b]$. Si f est positive sur $[a; b]$, alors $\int_a^b f(x)dx$ est :	Positive sur $[a; b]$	Négative sur $[a; b]$	Nulle sur $[a; b]$
4	Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = e^{-x} + 2x$. Une primitive de h sur $\mathbb{R}$ est :	$e^{-x} - 2x^2$	$-e^{-x} + x^2$	$-e^{-x} - 2x^2$
5	h étant la fonction définie en **4**. $\int_0^1 h(x)dx$ est égale à :	$e^{-1} - 1$	$-e^{-1} + 2$	$-e^{-1} - 1$

Exercice 2 : Suites numériques (5 points)

1. On considère la suite arithmétique (u_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par : $\begin{cases} u_1 = 850\,000 \\ u_{n+1} = u_n + 18\,000 \end{cases}$.

1 **a)** Donner la raison de cette suite.

1 **b)** Montrer que pour tout entier naturel non nul : $u_n = 18000n + 832\,000$.

1,25 **c)** Calculer u_6, puis la somme : $u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. 0,5 + 0,75

2. Une entreprise propose à un expert comptable un salaire mensuel qui suit une progression arithmétique.

Au sixième mois, il perçoit $940\,000\ F\ CFA$, et le cumul des salaires perçus ces six mois est de $5\,370\,000\ F\ CFA$.

1 **a)** Calculer le salaire obtenu le premier mois.

0,75 **b)** Au bout de combien de mois cet expert comptable aura-t-il un cumul de salaire d'au moins $10\,000\,000\ F\ CFA$.

Problème : (10 points)

4

Partie A : Equation et inéquation du second degré-Signe d'un polynôme

On considère le polynôme g défini sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -4x^3 + 9x^2 - 4x + 4$.

0,5+0,5 **1.** Calculer $g(2)$. Que représente le nombre 2 pour le polynôme g ?

1,5 **2.** Montrer que pour tout réel x on a : $g(x) = (x-2)(-4x^2 + x - 2)$.

1,5 **3.** En déduire le signe de g sur $\mathbb{R}$.

4,5

Partie B : Étude d'une fonction polynôme

Soit f la fonction définie sur $[0; 2{,}5]$ par : $f(x) = -x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 4x - 2$.
(C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé (O, I, J) (Unité graphique : 1 cm).

1. Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.

1 **a)** Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0; 2{,}5]$: $f'(x) = g(x)$.

0,75 **b)** Calculer $f(0)$; $f(2)$ et $f(2{,}5)$; puis dresser le tableau de variation de f sur $[0; 2{,}5]$.

1 ***(On donnera le nombre $f(2,5)$ au centième près)***

0,1 **2. a)** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α sur $[0; 2]$;

0,5 **b)** Vérifier que : $0{,}5 < \alpha < 0{,}6$. Dem 1 val all à 0,05 près

0,75 **3.** Construire (C_f) dans le repère (O, I, J).

1,5

Partie C : Application économique-Recherche du bénéfice optimal d'une entreprise.

Une entreprise de la capitale Gabonaise fabrique chaque mois x <u>centaine de matelas</u> ressorts, avec x appartenant à l'intervalle $[0; 2{,}5]$.
Par exemple : la valeur $x = 1$ représente 100 matelas ressorts fabriqués; la valeur $x = 0{,}2$ représente 20 matelas ressorts fabriqués.
Le bénéfice réalisé par l'entreprise, en millions de francs CFA, est donnée par la fonction f définie à la **partie B**, pour la vente de x centaine de matelas ressorts.
L'entreprise est rentable lorsque le bénéfice est positif.

0,75 **1.** En vous aidant de la courbe (C_f), donner la quantité minimale de production de matelas pour que l'entreprise soit rentable.

0,75 **2.** Déterminer la production qui permet à l'entreprise d'avoir un bénéfice maximal.
Quel est en millions de francs CFA, ce bénéfice maximal ?

Proposition de correction succincte de l'épreuve de mathématiques série B

Baccalauréat 2014

Exercice 1 :

1) **Réponse 2**
2) **Réponse 2**
3) **Réponse 1**
4) **Réponse 2**
5) **Réponse 2**

Exercice 2 :

1) a) Soit r la raison de la suite , $\boldsymbol{r = 18\,000}$

   b) Pour tous entiers n et p tels que n≥ p, $u_n = u_p + (n-p)r$

   alors $\boldsymbol{u_n = 18000n + 832000}$

   c) $\boldsymbol{u_6 = 18000 \times 6 + 832000 = 940\,000}$

   Soit $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n = \frac{n(u_1+u_n)}{2}$

   d'où $\boldsymbol{S_n = 9000n^2 + 841000n}$

2)a) Soit (v_n) la suite des salaires mensuels. (v_n) est une suite arithmétique de premier terme v_1 et de raison .

$$v_6 = 940\,000 \qquad \text{et} \quad v_1 + v_2 + \cdots + v_6 = 5\,370\,000\,000$$

On obtient le système suivant : $\begin{cases} v_1 + 5a = 940000 \\ 6v_1 + 15a = 5370000000 \end{cases}$

Alors $v_1 = 850000 \quad et \quad a = 18000$

Le salaire obtenu le premier mois est de 850 000 F CFA .

b) La suite (v_n) est égale à la suite (u_n) donc

$$v_1 + v_2 + \cdots v_n = 9000n^2 + 841000n$$

on résout l'inéquation : $9000n^2 + 841000n \geq 10\,000\,000$

les solutions sont : $n_1 = \frac{-841-\sqrt{1067281}}{18} \quad et \quad n_2 = \frac{-841+\sqrt{1067281}}{18} \approx 10{,}67$

n_1 ne convient pas car $n_1 < 0$

Au bout du **11 ème** mois cet expert comptable aura un cumul de salaires d'au moins

10 000 000 FCFA

Problème :

Partie A :

1) $\boldsymbol{g(2) = 0}$. $2\ est\ \boldsymbol{une\ racine}\ de\ g$
2) $(x-2)(-4x^2+x-2) = \boldsymbol{-4x^3 + x^2 - 2x + 8x^2 - 2x + 4}$

   $= \boldsymbol{-4x^3 + 9x^2 - 4x + 4 \ = g(x)}$

3) Discriminant de $-4x^2 + x - 2$: $\Delta = \boldsymbol{-31}$, $\Delta < 0$ donc $\boldsymbol{-4x^2 + x - 2} < 0$

   Tableau de signes :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$x-2$		$-$	0	$+$	
$-4x^2+x-2$		$-$		$-$	
$g(x)$		$+$	0	$-$	

Conclusion : **Sur** $]-\infty\,;2[$, $g(x) > 0$ *et sur* $]2\,;+\infty[$, $g(x) < 0$

Partie B :

1) a) Pour tout $x \in [0\,;2{,}5]$, $f'(x) = -4x^3 + 9x - 4x + 4 = g(x)$

b) $f(0) = -2$; $f(2) = 6$; $f(2,5) = 3,31$

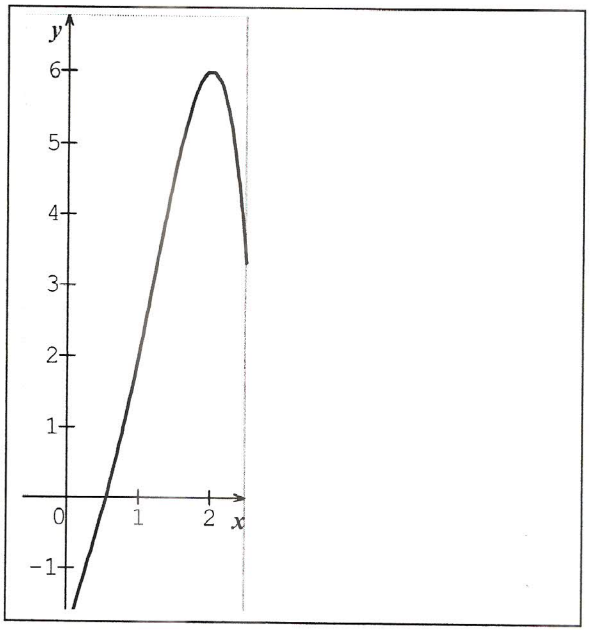
Tableau de variations de f sur $[0\,;2{,}5]$

x	0		2		2,5
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	-2	↗	6	↘	3,31

2) a) Théorème de la bijection

b) $f(0{,}5) = -0{,}187$, $f(0{,}6) = 0{,}198$ alors $f(0,5) < 0$ *et* $f(0,6) > 0$
donc $0{,}5 < \alpha < 0{,}6$

3)



Partie C :

1) La quantité minimale de production de matelas pour que l'entreprise soit rentable est de :

$$0,6 \times 100 = 60\ matelas$$

2) Le bénéfice est maximal pour $x = 2$ c'est-à-dire pour une production de 200 matelas .
Puisque $f(2) = 6$ alors le bénéfice maximal est de **6 000 000 F CFA**