T^{les}
M HOUNKONNOU

STATISTIQUES

EXERCICE 1 (BAC B 1995)

1°) Le tableau ci-dessous donne huit relevés en pourcentage de croissance de produit national brut d'un pays d'une année par rapport à l'année précédente.

Année	1971	1973	1974	1976	1978	1979	1981	1984
x	1	3	4	6	8	9	11	14
Y	1	2	a	3	5	6	7	9

x : numéro de repérage de l'année ; y : croissance en %.
a étant un entier naturel.

a) Exprimer cov(x, y), la covariance de x et y en fonction de a.
b) On soit que cov(x, y) = 10,25. Calculer a.

2°) Supposons que la croissance en 1974, ait été de 3 %.
Calculer V(x), la variance de la variable x et déterminer une équation de la droite de régression de y en x.

3°) a) Calculer une estimation de la croissance en 1980.
b) On admet qu'une croissance de plus de 15 % est impossible.
A partir de quelle année cette droite de régression ne pourra-t-elle plus être considérée comme valable ?

EXERCICE 2 (BAC B 1998)

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du nombre de taxis dans la ville d'OYEM entre 1988 et 1997:

Année	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Rang x_i de l'année	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nb de taxis y	72	60	61	72	90	107	108	107	110	126

Dans tout cet exercice, les résultats seront donnés à 0,01 près.

1°) a) Déterminer le point moyen G($\bar{x}; \bar{y}$) du nuage des points.
b) Calculer les variances de x et de y, puis la covariance de x et y.
c) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y.
d) Un ajustement affine est-il possible ? Justifier votre réponse.

2°) a) Par la méthode des moindres carrés, donner une équation de la droite de régression de y en x.
b) On suppose qu'après 1997 la tendance observée est maintenue. Estimer le nombre de taxis en 1998.

3°) a) Pour accorder l'autorisation de circuler à un taxi en 1997, la mairie exige de chaque conducteur le paiement d'une taxe de 255 000 F. Avec l'estimation effectuée à la question 2°) b) et sans modifier le taux de 1997, indiquer la somme que la municipalité d'OYEM peut percevoir en 1998 sur les recettes de taxis.
b) Afin de réaliser des travaux, la municipalité projette de percevoir en 1998 trente-cinq millions de francs des recettes provenant des taxis. Quel devrait-être le taux d'augmentation de ces recettes si la municipalité veut atteindre ses objectifs ?

EXERCICE 3 (BAC A1 2004)

La série (S) ci-dessous donne le poids y en kg d'un nourrisson, x jours après sa naissance.

x_i	5	7	10	14	18	22	26
y_i	3,60	3,70	3,75	3,85	3,90	4,05	4,12

A. 1°) a) Représenter, dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, le nuage des points de cette série statistique double. *On prendra 1cm pour 2 jours en abscisse, et 2 cm pour 0,1 kg en ordonnée. On choisira le point de coordonnées (3 ; 3,5) comme origine du repère.*

b) Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points M(x_i ; y_i) associé à la série (S) puis placer G.
c) La forme de ce nuage permet-elle un ajustement linéaire?

2°) On se propose d'ajuster cette série statistique par la méthode de MAYER.
On considère les deux séries (S_1) et (S_2) tirées de la série (S).

(S_1)

x_i	5	7	10	14
y_i	3,60	3,70	3,75	3,85

(S_2)

x_i	18	22	26
y_i	3,90	4,05	4,12

a) Calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 des nuages associés aux séries respectives (S_1) et (S_2) puis placer G_1 et G_2 sur le graphique.
b) Montrer qu'une équation de la droite (G_1G_2) est :
$y = 0{,}023x + 3{,}518$.
c) Vérifier par calcul que le point G appartient à la droite (G_1G_2) puis tracer (G_1G_2).

B. On se propose d'ajuster la série (S) par la méthode des moindres carrés.
1°) Justifier cet ajustement en calculant le coefficient de corrélation linéaire r. (*Donner le résultat à 10^{-3} près*)
2°) a) Montrer qu'une équation de la droite (D) de régression de y en x est $y = 0{,}024x + 3{,}507$.
b) Tracer (D) sur le graphique.

C. 1°) Si l'évolution du poids en fonction du nombre de jours se poursuit dans les mêmes conditions, donner une estimation à 10^{-2} près du poids de ce nourrisson 30 jours après sa naissance :
a) en utilisant la méthode de MAYER ;
b) en utilisant la méthode des moindres carrés.
2°) Le poids réel de cet enfant 30 jours après sa naissance est de 4,25 kg.
Parmi les deux méthodes, quelle est celle qui fournit la meilleure estimation ?

EXERCICE 4 (BAC B 2002)

Le tableau ci-dessous est un extrait des documents statistiques de l'Office National du Baccalauréat. Il donne les pourcentages de filles gabonaises candidates à l'examen du baccalauréat au cours des dix dernières années :

Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
%y_i de filles	38,1	38,5	38,7	40,3	41,2	43,2	44,7	45	47,3	47,5

Dans tout cet exercice, les résultats seront donnés à 0,01 près par excès.

1°) a) Représenter, dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, le nuage de points de cette série statistique double. *On prendra 1 cm pour 1 année en abscisse, et 1 cm pour 1 % en ordonnée. On choisira le point de coordonnées (0 ; 38) comme origine du repère.*
b) Déterminer les coordonnées du point moyen G.

2°) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y.
Que peut-on en déduire ?

3°) Par la méthode des moindres carrés, donner une équation de la droite de régression de y en x, puis tracer cette droite dans le même repère que le nuage de points.

4°) a) En se basant sur l'évolution du pourcentage de filles candidates au BAC, quel pourcentage peut-on envisager en 200?
b) A partir de quelle année peut-on espérer que le pourcentage de filles dépasse les 60% ?

EXERCICE 5 (BAC A1 2008)

Le tableau suivant donne pour les années indiquées le nombre de naissances dans une maternité d'une ville africaine :

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Nbre de naissance y_i	12	17	18	T	26	27	32	33

1°) Déterminer **T** sachant que $\overline{y} = 23,375$

2°) Pour la suite de l'exercice, on prendra **T = 22.**

a) Représenter le nuage de points $M_i(x_i\,;\,y_i)$ dans un repère orthogonal $(O;\,\vec{i},\,\vec{j})$. *On prendra 1cm pour un an en abscisse, et 1cm pour 5 naissances en ordonnée.*

b) Un ajustement affine est-il envisageable ? Justifier votre réponse

3°) Calculer à 10^{-3} près, le coefficient de corrélation linéaire r entre x et y. Conclure.

4°) Déterminer les coordonnées du point moyen G, puis le placer dans le repère $(O;\,\vec{i},\,\vec{j})$

5°) a) Déterminer une équation de la droite (Δ) de régression de y en x par la méthode des moindres carrés.

b) Tracer (Δ) dans le même repère $(O;\,\vec{i},\,\vec{j})$.

6°) **Si cette tendance est maintenue :**

a) Estimer le nombre de naissances en 2010.

b) A partir de quelle année le nombre de naissances dépassera t-il 60 ?

EXERCICE 6 (BAC B 2005)

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de moutons yi qu'un boucher a pu vendre durant la fête de « Tabaski » de 1996 à 2005.

Année	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nbre de moutons y_i	72	60	72	61	101	108	107	110	115	130

Le plan est rapporté à un repère orthogonal :

1cm sur l'axe des abscisses représente le rang d'une année et 2cm sur l'axe des ordonnées représentent 5 moutons. On choisira le point de coordonnées (0 ; 50) comme origine du repère.

1°) Représenter le nuage des points $M_i(x_i\,;\,y_i)$ associé à cette série.

2°) a) Déterminer les coordonnées du point moyen G_1 de la série $(x_i\,;\,y_i)$ pour $1 \le i \le 5$.

b) Déterminer les coordonnées du point moyen G_2 de la série $(x_i\,;\,y_i)$ pour $6 \le i \le 10$.

c) Ecrire une équation de la droite (G_1G_2), puis tracer (G_1G_2).

3°) On pourra utiliser pour les questions qui suivent le tableau suivant :

$\sum_{i=1}^{i=10} x_i = 55$	$\sum_{i=1}^{i=10} y_i = 936$	$\sum_{i=1}^{i=10} x_i y_i = 5\,769$

$\sum_{i=1}^{i=10} x_i^2 = 385$	$\sum_{i=1}^{i=10} y_i^2 = 93\,228$

a) Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série $(x_i\,;\,y_i)$.

b) Calculer les variances V(X) et V(Y), la covariance Cov(X ; Y) de la série $(x_i\,;\,y_i)$ à 10^{-2} près.

c) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y à 10^{-2}près

d) Un ajustement affine est-il justifié ? Si oui, déterminer une équation de la droite (D) de régression de y en x par la méthode des moindres carrés.

4° On considère $N_i(x_i\,;\,z_i)$ un point de la droite (G_1G_2) et $P_i(x_i\,;\,t_i)$ un point de la droite (D).

a) Soit $S_1 = \sum_{i=1}^{i=10} (y_i - z_i)^2 = 797,47$ et

$$S_2 = \sum_{i=1}^{i=10} (y_i - t_i)^2 = 776,90\ ;$$

Interpréter chacune des sommes S_1 et S_2.

b) En déduire la droite la mieux indiquée pour représenter cette série statistique.

EXERCICE 7 (BAC B 2003)

Le tableau ci-dessous indique la consommation de farine (en millions de tonnes) d'une petite entreprise de 1998 à 2002.

Année	1998	1999	2000	2001	2002
Rang x_i	1	2	3	4	5
Consommation y_i	16	18,1	28,2	30,3	35,4

1°) a) Représenter le nuage de points $M_i(x_i\,;\,y_i)$ associé à cette série statistique double dans un repère orthogonal $(O;\,\vec{i},\,\vec{j})$.

On prendra sur l'axe des abscisses 1,5cm et sur l'axe des ordonnées, 1cm pour 5 millions de tonnes.

b) Déterminer le point moyen G et placer ce point.

2°) Calculer la covariance de x et y.

3°) Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre x et y. Que peut-on en déduire ?

4°) Déterminer une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés, puis tracer cette droite dans le repère précédent.

5°) **Si la tendance est maintenue,**

a) A partir de quelle année la consommation dépassera 50 millions de tonnes ?

b) Quelle est la consommation en 2010 ?

EXERCICE 8 (BAC BLANC 2001)

Une société investit de manière continue en publicité. Le budget publicitaire (BP) et chiffre d'affaires (CA) sont connus pour 10 mois consécutifs. Ils figurent dans le tableau suivant où l'unité est **le millier de francs.**

Mois i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
BP x_i	10	12	15	13	10	9	8	6	8	7
CA z_i	45	79	99	115	109	80	70	60	37	61

1°) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique $(x_i\,;\,z_i)$. Que peut-on en conclure ?

2°) En fait il faut prendre en compte le temps nécessaire à la publicité pour produire son effet. Ce temps est estimé à un mois. On considère donc désormais la série statistique $(x_i\,;\,y_i)$, où pour $1 \le i \le 9$, $y_i = z_{i+1}$.

a) Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant

Mois i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
BP x_i	10	12	15	13	10	9	8	6	8
CA y_i									

b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de la série statistique $(x_i\,;\,y_i)$. Donner une valeur approchée à 10^{-3} près

c) Déterminer l'équation y = mx + p de la droite de régression de y en x.

d) En déduire une estimation du chiffre d'affaires $z_{11} = y_{10}$ du onzième mois.

« Ce que l'on cherche, on le trouve ; ce que l'on néglige nous échappe »