BACCALAUREAT BLANC
Session de Février 2023

Epreuve de Mathématiques

Série : A1 **Durée : 3h** **Coefficient 4**

(L'utilisation de la calculatrice est autorisée)

Exercice 1 : Questions à choix multiples (5 points)

Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre A, B ou C correspondant à votre choix. Aucune justification n'est demandée.

N°	Questions	Réponses proposées A	B	C
1	Une salle de classe contient 40 chaises. De combien de façons différentes peut-on y installer 40 élèves ?	40 !	40^2	2^{40}
2	Le triplet $(2;\ 3;\ -1)$ est solution du système :	$\begin{cases} x+y-2z=7 \\ 2x-y+z=0 \\ 3x+y+z=8 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y+z=4 \\ x+2y+2z=6 \\ 3x+y-4z=1 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+3y+z=0 \\ x+2y-z=-1 \\ -x+3y-2z=3 \end{cases}$
3	La forme factorisée du polynôme $P(x)=x^3-9x^2+26x-24$ est :	$(x-2)(x-3)(x-4)$	$(x-2)(x+3)(x-4)$	$(x+2)(x-3)(x-4)$
4	Huit athlètes luttent pour trois médailles (or, argent, bronze). De combien de façons peut-on attribuer ces médailles ?	$8+3=11$	$8! \times 3!$	A_8^3
5	Soit h la fonction définie par $h(x)=\sqrt{x^2+2x-5}$ alors la fonction h' dérivée de la fonction h est :	$\dfrac{2x+2}{2\sqrt{x^2+2x-5}}$	$\dfrac{-2x+1}{\sqrt{x^2+2x-5}}$	$-2x\sqrt{x^2+2x-5}$

Exercice 2 : Suites numériques (5 points)

Le Directeur d'Académie Provinciale de l'Ogooué-Maritime nouvellement nommé étudie l'évolution du nombre d'enseignements de Mathématiques de son bassin pédagogique.

Partie A : Au 1er janvier 2018, leur nombre est estimé à 2500, ce nombre baisse de 15% chaque année.

On note $\boldsymbol{u_n}$ le nombre d'enseignants de Mathématiques au 1er janvier $2018+n$. Ainsi $u_0=2500$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Justifier que pour tout entier naturel n, on a : $u_n=2500\times 0{,}85^n$.
3. A ce rythme, quel sera l'effectif des enseignants de Mathématiques en 2023 ?

Partie B : Au 1re janvier 2023, une nouvelle étude montre qu'ils ne sont plus que 500 individus.

A partir de cette date, on estime que, chaque année un quart de ces enseignants va à la retraite et qu'il faut en recruter 40 nouveaux. On note $\boldsymbol{v_n}$ le nombre d'enseignants de Mathématiques au 1er janvier $2023+n$.

On a ainsi $v_0=500$.

1. Calculer v_1 et v_2.
2. Justifier que pour tout entier naturel n, on a : $v_{n+1}=0{,}75v_n+40$.

On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n=v_n-160$.

3. Montrer que $w_{n+1}=0{,}75w_n$.
   En déduire que (w_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme w_0.
4. Exprimer w_n en fonction de n. En déduire que pour tout entier naturel n, $v_n=160+340\times 0{,}75^n$.
5. Quel sera l'effectif de cette population d'enseignants en 2025 ?

BACCALAUREAT BLANC
Session de Février 2023

Epreuve de Mathématiques

Série : A1	**Durée : 3h**	**Coefficient 4**

(L'utilisation de la calculatrice est autorisée)

<u>Problème</u> : Etude d'une fonction rationnelle **(10 points)**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par : $f(x) = \frac{x^2-3x+3}{x-2}$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé (0, I, J).

1. a) Déterminer $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ >}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ <}} f(x)$, puis donner une interprétation graphique du résultat obtenu.

   b) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.

3. a) Calculer f' la dérivée de la fonction f puis montrer que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$, $f'(x) = \frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$.

   b) En déduire le signe de $f'(x)$ puis le sens de variations de f sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

   c) Dresser le tableau de variations de la fonction f.

4. a) Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout $x \neq 2, f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$.

   b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote oblique à (C_f) en $+\infty$.

   c) Etudier la position relative de la droite (D) et de la courbe(C_f).

5. Montrer que le point $C(2\,;1)$ est un centre de symétrie de (C_f).

6. Déterminer les coordonnées du point A d'intersection de (C_f) avec l'axe des ordonnées.

7. Construire soigneusement les asymptotes et la courbe (C_f) dans le repère orthonormé.