60 copies

REPUBLIQUE GABONAISE

OFFICE NATIONAL DU BACCALAUREAT

90 - 2 - MATHEMATIQUES
Série : D
Durée : 4 heures
Coef. : 4

Exercice 1 (4 points)

On pose $z_1 = b + ia$, $z_2 = -a + ib$, $z_3 = -c + id$ et $z_4 = d + ic$,
où a , b , c , d sont réels.

1°) Déterminer a , b , c , d tels que:

$$z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = -6 \qquad \text{et} \qquad z_4 + 2z_2 + 3z_1 = -9 + 5i$$

2°) Montrer que z_2 et z_4 sont solutions de l'équation $z^2 + 4z + 5 = 0$

3°) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère A_1 , A_2 , A_3 et A_4 dont les affixes sont respectivement z_1 , z_2 , z_3 et z_4 .

a/ Montrer que A_1 est l'image de A_2 par la rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$ et de centre O.

b/ Montrer que ces quatre points appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice 2 (4 points)

Dans un porte-monnaie on trouve : cinq pièees de 100 F.
trois pièces de 50 F.
deux pièces de 25 F .

On tire au hasard trois pièces du porte-monnaie. On suppose tous les tirages équiprobables.

Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur la somme des nombres représentés par ces trois pièces.

1°) Quelles sont les valeurs possibles de X ?

2°) Déterminer la loi de probabilité de X.

3°) En déduire les sommes les plus probables.

4°) Calculer l'espérance mathématique de X.

PROBLEME (11 points)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par

$$f(x) = \sqrt{x+1}\, e^{-x} .$$

On désigne par C la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O,\vec{I},\vec{J})$, $\|\vec{I}\| = \|\vec{J}\| = 4$ cm .

... / ...

A/ 1°) Etudier la dérivabilité de f à droite en -1.

Interpréter graphiquement le résultat.

2°) Etudier $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ (On pourra poser $X = x + 1$)

3°) Etudier les variations de f.

4°) Etudier la position de C par rapport à l'axe des abscisses.

Construire C.

B/ On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par:

$$u_n = \int_n^{n+1} f(t)\, dt$$

1°) Soit n un entier naturel.

On considère les points : $A(n\,,\, f(n))$ $A'(n+1\,,\, f(n))$

$B(n\,,\, f(n+1))$ $B'(n+1\,,\, f(n+1))$

$C(n\,,\, 0)$ $C'(n+1\,,\, 0)$

Donner une interprétation graphique de la double inégalité:

$$f(n+1) \leqslant u_n \leqslant f(n)$$

2°) En déduire que la suite (u_n) est décroissante et trouver sa limite.

C/ On se propose de calculer le volume d'un solide de révolution.

Soit (D) le domaine plan compris entre la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$.

On considère le volume du solide engendré par la rotation dans l'espace autour de l'axe des abscisses du domaine (D).

1°) Soit la fonction g définie sur $[0\,,\,2]$ par:

$$g(x) = [f(x)]^2$$ la fonction $g \to S(x)$

A l'aide d'une intégration par parties, déterminer une primitive de g.

2°) Déterminer en fonction de x l'aire $S(x)$ du disque engendré dans la rotation par un segment $[MH]$ tel que:

$M(x\,,\, f(x))$ $H(x\,,\, 0)$ $0 \leqslant x \leqslant 2$

3°) Calculer $\displaystyle\int_0^2 S(x)\, dx$.

En déduire à 1 mm^3 près le volume V.